

M1 - Rappels de Probabilité

TD 0

Rémi Flamary

Exercice 1

Une source d'information génère des symboles aléatoirement à partir d'un alphabet de 4 lettres $\{a,b,c,d\}$ avec les probabilités suivantes $P(a) = 0.5$, $P(b) = 0.25$, $P(c) = P(d) = 0.125$. Un schéma d'encodage encode ces symboles suivant les codes binaires suivant, $a = 0$, $b = 10$, $c = 110$, $d = 111$. Soit X la variable aléatoire dénotant la longueur du code

1. Quelles sont les valeurs possibles pour la variable aléatoire ?
2. En supposant que les générations des symboles sont indépendantes, calculer la probabilité de $P(X = 1)$, $P(X = 2)$, $P(X = 3)$, et $P(X > 3)$.
3. Calculer l'espérance de X et sa variance.
4. Tracer la fonction de répartition de $F_X(x)$ et spécifier le type de X .
5. Calculer les probabilités $P(X \leq 1)$, $P(1 < X \leq 2)$, $P(X > 1)$ and $P(1 \leq X \leq 2)$.

Exercice 2

La densité de probabilité de deux variables aléatoires continues X et Y est donnée par

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} kxy & \text{si } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Déterminer k
2. Déterminer si X et Y sont indépendants.
3. Trouver la probabilité $P(X + Y < 1)$
4. déterminer les densités de probabilités conditionnels $f_{Y|X}(y|x)$ et $f_{X|Y}(x|y)$
5. Trouver $P(0 < Y < 1/2 | X = 1)$