

# M1 - Signaux aléatoires

## TD 0

Rémi Flamary

### Exercice 1

Une source d'information génère des symboles aléatoirement à partir d'un alphabet de 4 lettres  $\{a,b,c,d\}$  avec les probabilités suivantes  $P(a) = 0.5$ ,  $P(b) = 0.25$ ,  $P(c) = P(d) = 0.125$ . Un schéma d'encodage encode ces symboles suivant les codes binaires suivant,  $a = 0$ ,  $b = 10$ ,  $c = 110$ ,  $d = 111$ . Soit  $X$  la variable aléatoire dénotant la longueur du code

1. Quelles sont les valeurs possibles pour la variable aléatoire ?
2. En supposant que les générations des symboles sont indépendantes, calculer la probabilité de  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$ ,  $P(X = 3)$ , et  $P(X > 3)$ .
3. Calculer l'espérance de  $X$  et sa variance.
4. Tracer la fonction de répartition de  $F_X(x)$  et spécifier le type de  $X$ .
5. Calculer les probabilités  $P(X \leq 1)$ ,  $P(1 < X \leq 2)$ ,  $P(X > 1)$  and  $P(1 \leq X \leq 2)$ .

### Exercice 2

La densité de probabilité de deux variables aléatoires continues  $X$  et  $Y$  est donnée par

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} kxy & \text{si } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Déterminer  $k$
2. Déterminer si  $X$  et  $Y$  sont indépendants.
3. Trouver la probabilité  $P(X + Y < 1)$
4. déterminer les densités de probabilités conditionnels  $f_{Y|X}(y|x)$  et  $f_{X|Y}(x|y)$
5. Trouver  $P(0 < Y < 1/2 | X = 1)$