M1 - Signaux aléatoires

TD 4

Rémi Flamary

Exercice 1

Soit le signal $y(t)$ définit par

$$y(t) = x(t)\cos(\omega_p t + \phi) \tag{1}$$

où $x(t)$ est un signal stationnaire modulant une porteuse sinusoïdale. $x(t)$ est de moyenne nulle, de corrélation $R_x(\tau)$ et de densité spectrale de puissance $S_x(f)$. ω_p est une constante et ϕ est uniformément répartie sur $[0, 2\pi]$. $x(t)$ et ϕ sont considérés comme indépendants.

1. Calculer la moyenne et la corrélation de $y(t)$ en fonction de $R_x(\tau)$.
2. $y(t)$ est il stationnaire au sens large ?
3. Calculer la densité spectrale de puissance de $y(t)$ en fonction de $S_x(f)$.
4. Représenter la densité spectrale de puissance.

Exercice 2

Soit le basculateur poissonnien aléatoire $\tilde{x}_{bp}$ vu en cours. On rappelle que ce signal est stationnaire à l'ordre 2 et que son autocorrélation est de la forme

$$R_{xbp}(\tau) = A^2 e^{-2\lambda|\tau|} \tag{2}$$

1. Tracer la fonction d'autocorélation.
2. Calculer sa densité spectrale de puissance et la tracer.
3. Soit le signal $y(t)$ suivant où $b(t)$ est un bruit gaussien IID de variance σ^2.

$$y(t) = \tilde{x}_{bt}(t) + b(t) \tag{3}$$

   Calculer le rapport signal sur bruit de $y(t)$.
4. On applique à $y(t)$ un filtre parfait de fonction de transfert suivante

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } |f| < f_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{4}$$

   Calculer la puissance du bruit après filtrage.
5. Calculer la puissance du signal après filtrage.
6. Calculer le rapport signal sur bruit. Le tracer en fonction de f_c.
7. Quelle valeur de f_c maximise de RSB en conservant au moins 1/2 de la puissance du signal.

Certains exercices sont inspirés très fortement des TD de Denis Arzelier
http://homepages.laas.fr/arzelier/