

Traitement du signal avancé

TD - Discrimination linéaire

Rémi Flamary

Exercice 1 Régression logistique régularisée

Soit les données d'apprentissage suivantes :

<i>Index</i>	\mathbf{x}_i	y_i
1	$[1 \ 1]^\top$	-1
2	$[2 \ 1]^\top$	-1
3	$[4 \ 3]^\top$	1
4	$[4 \ 4]^\top$	1

1. Tracer les points d'apprentissage dans le plan 2D.
2. On cherche à minimiser la fonction de coût suivante :

$$J(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_i \log(1 + \exp(-y_i \tilde{\mathbf{x}}_i^\top \boldsymbol{\alpha})) + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{w}\|^2 \quad (1)$$

Calculer le gradient de cette fonction en vous vous aidant du cours. Vous pourrez séparer le gradient par rapport à \mathbf{w} et b .

3. Rappeler l'algorithme de la méthode du gradient. Écrire l'algorithme pour le problème de minimisation de $J(\boldsymbol{\alpha})$.
4. Calculer les 2 premières itérations de cet algorithme en prenant $\boldsymbol{\alpha} = [0, 0, -0.5]^\top$, $\mu = .1$ et $\lambda = 1$. Calculer pour chaque itération le coût $J(\boldsymbol{\alpha})$ et le vecteur $\boldsymbol{\alpha}$ correspondant.
5. Calculer la norme du gradient à la seconde itération.
6. Après 500 itérations on obtient un vecteur $\boldsymbol{\alpha} = [0.71, 0.71, -3.55]^\top$. Calculer le gradient $\nabla_{\boldsymbol{\alpha}} J(\boldsymbol{\alpha})$ en ce point et sa norme. Ce vecteur peut-il être considéré comme solution du problème ?
7. Tracer sur le nuage de point la frontière de décision pour la solution après 2 itérations et pour le $\boldsymbol{\alpha}$ obtenu après 500 itérations.

Exercice 2 Perceptron

On travaille sur les données d'apprentissage de l'exercice 1.

1. Tracer les points d'apprentissages dans le plan 2D.
2. Rappeler l'algorithme du perceptron vu en cours.
3. Calculer les 4 premières itérations de cet algorithme en prenant $\boldsymbol{\alpha} = [0, 0, -3]^\top$, $\mu = .5$ et en parcourant les exemples dans l'ordre $[1, 2, 3, 4]$.
4. Calculer les 4 premières itérations de cet algorithme avec les mêmes paramètres mais en parcourant les exemples dans l'ordre $[3, 4, 2, 1]$.
5. Tracer sur le nuage de point la frontière de décision pour les deux solutions obtenues.