L3 - Signaux et systèmes continus
TD 2 - Systèmes Linéaires Invariants

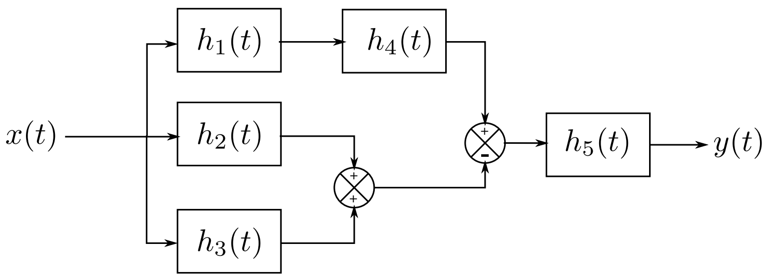
Rémi Flamary

Exercice 1 Convolution

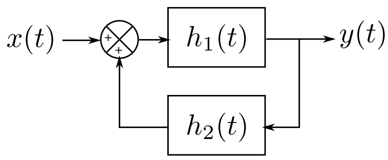
1. Évaluer graphiquement la convolution entre deux signaux porte $\Pi_T(t)$.
2. Soit $y(t) = x(t) * h(t)$, montrer que $x(t-t_1) * h(t-t2) = y(t-t_1-t_2)$.
3. Soit $x(t)$ et $y(t)$ deux signaux causaux, montrer que l'intégrale $x(t) * y(t)$ se fait sur un intervalle borné.
4. Soit $y(t) = x(t) * h(t)$ un SLIT, Pour chacun des systèmes et signaux d'entrée suivants, tracer les signaux $x(t)$, la réponse impulsionnelle $h(t)$. Calculer la sortie $y(t)$ et la tracer :
   i. $x(t) = \Gamma(t)$ et $h(t) = e^{-at}\Gamma(t)$ avec $a > 0$.
   ii. $x(t) = e^{-at}\Gamma(t)$ et $h(t) = \delta(t+1) - \delta(t) + 2\delta(t-2)$ avec $a > 0$.
   iii. $x(t) = \Pi_T(t)$ et $h(t) = \Pi_T(t - T/2)$.
   iv. $x(t) = e^{-a|t|}$ et $h(t) = e^{-2(t+1)}\Gamma(t+1)$

Exercice 2 Schéma bloc

1. Soit le système suivant où les $h_i(t)$ sont tous des systèmes linéaires invariants dans le temps.



   a) Donner la réponse impulsionnelle équivalente $h(t)$ du système en fonction des $h_i(t)$ (attention aux signes + et -).
   b) Représenter les systèmes $h_i(t)$ suivants
      — $h_1(t) = e^{-t}\Gamma(t)$
      — $h_2(t) = \Pi_1(t - 1/2)$
      — $h_3(t) = -\Pi_1(t - 3/2)$
      — $h_4(t) = \delta(t-2)$
      — $h_5(t) = \delta(t-1)$
   c) Calculer et tracer $h(t)$ pour les systèmes définis précédemment.
2. Soit le système suivant où $h_1(t)$ et $h_2(t)$ sont tous des systèmes linéaires invariants dans le temps.



a) Trouver $g_x(t)$ et $g_y(t)$ tels que $y(t) * g_y(t) = x(t) * g_x(t)$
b) Retrouver la relation entre $y(t)$ et $x(t)$ si
— $h_1(t) = \delta(t-1)$
— $h_2(t) = K$ avec $K < 0$

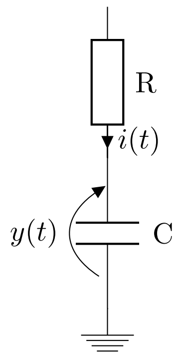
Exercice 3 Filtre moyenneur

On veut étudier la réponse d'un filtre moyenneur. Le filtre moyenneur est défini par sa réponse impulsionnelle $h(t) = \Pi_T(t - T/2)$.

1. Ce système est il causal ?
2. Calculer la sortie du système pour les entrées suivantes :
   i. $x(t) = \Gamma(t)$.
   ii. $x(t) = cos(2\pi f_0 t)$
3. Mettre la sortie associée à l'entrée ii sous la forme $y(t) = A(f_0)cos(2\pi f_0 t + \phi(f_0))$.
4. Interpréter les fonctions $A(f_0)$ et $\phi(f_0)$ à quoi correspondent elles en terme de fonction de transfert ?
5. Tracer $|A(f_0)|$ en fonction de f_0 pour $T = 1$. Même chose pour $\phi(f_0)$.

Exercice 4 Système électrique du premier ordre

On veut étudier la réponse impulsionnelle d'un système électrique de type RC.



La sortie $y(t)$ est la tension aux bornes du condensateur alors que l'entrée est la tension aux bornes de la résistance et du condensateur.

1. Donner l'équation différentielle à coefficient constant du système.
2. Résoudre le système pour une entrée de type échelon ($x(t) = \Gamma(t)$).
3. Calculer la réponse impulsionnelle du système sachant que $h(t) = \frac{dy(t)}{dt}$ quand $x(t) = \Gamma(t)$.